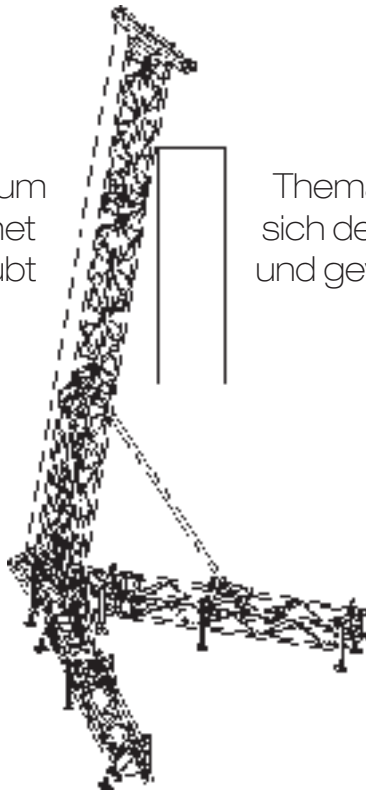


PA-Tower

Der vierte Teil der Artikelsrie zum Veranstaltungstechnik“ widmet Wiederum ist Feedback erlaubt

Thema „Statik in der sich dem Thema „PA-Tower“ und gewünscht!



PA-Tower kommen im Indoor- und Outdoorbereich zum Einsatz; wobei für beide Fälle in der Regel nicht die Höhe der vertikalen Nutzlast das begrenzen Argument ist, sondern die anzusetzenden Horizontallasten.

Für den Anwendungsbereich Outdoor sind das im Wesentlichen Windlasten, für den Anwendungsbereich Indoor sind es horizontale Ersatzlasten aus Schiefstellung, Stabilisierungslasten und/oder Anpralllasten von Personen. (In einigen Messehallen wird inzwischen auch der Nachweis der Standsicherheit unter begrenzten Windlasten gefordert)

Aus den horizontal anzusetzenden Lasten resultieren Kippmomente, die je nach Lage der Nutzlast zum Basament auch noch durch die Nutzlast vergrößert werden können.

Entscheidend für die Standsicherheit eines PA-Towers sind daher meistens die Größe des Basaments und das Eigengewicht der Gesamtkonstruktion. Nur bei sehr stabilen Basament-Konstruktionen kann die eigentliche Towerkonstruktion das schwächere Glied sein. Es tritt dann ein Knick-Problem kombiniert mit Biegung aus den Horizontallasten auf. Hierzu sind Berechnungen unter Berücksichtigung der Verformungen (Gleichgewicht am verformten System) erforderlich, die nur von ausgebildeten Statikern durchgeführt werden sollten. Insbesondere, wenn es in den Grenzbereich geht, ist hier Vorsicht geboten, da es bei Überschreiten der zulässigen Beanspruchung auch zu einem plötzlichen Versagen des Towers (ohne Vorankündigung) kommen kann. Wie man überschlägig die Grenzlast eines Towers berechnen kann, wird später erläutert.

Im Rahmen dieses Artikels sollen einfache Zusammenhänge zwischen Towerhöhe, Nutzlast, Windangriffsfläche, erforderlichen Basament-Abmessungen und Ballast erläutert werden.

Hinweis: Die hier vorgestellten Nachweise und Beispiele sind nur für eine überschlägige Berechnung gedacht. Für genaue statische Nachweise spielen weitere Punkte eine Rolle bzw. es sind differenziertere Betrachtungen notwendig, die aber in der Regel nicht zu grundsätzlich anderen Dimensionen führen.

1. Fall Tower im Indoor- Betrieb

Neben der Nutzlast (P) sind für die Standsicherheit von Bedeutung:

- Exzentrizität e der Nutzlast gegenüber Mitte Basament

Insbesondere, wenn die Nutzlast außerhalb der Standfläche hängt (2. Bild), ist eine Ballastierung erforderlich

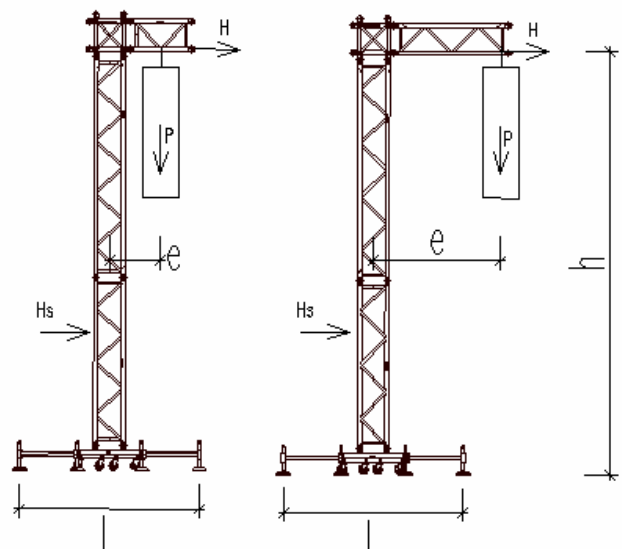
- Horizontallasten (H) aus ungewollter Schiefstellung und als Stabilisierungslast, in der Summe ca. 1/50 der vertikalen Nutzlast.

- Besteht aufgrund von Menschengedränge die Gefahr, dass die Tower umgestoßen werden können, sollten Stoßlasten aus Personen berücksichtigt werden. Vorgeschriebene oder genormte Belastungsansätze gibt es hierzu nicht, wir empfehlen dennoch folgende Ansätze:

$H_s = 0 \text{ kN}$	ohne Publikumsverkehr
$H_s = 0,5 \text{ kN}$ in 1,0 m Höhe	bei normalen Publikumsverkehr
$H_s = 1,0 \text{ kN}$ in 1,0 m Höhe	bei dichtem Menschengedränge

Zum Vergleich: Versucht man eine Waage gegen die Wand zu drücken und liest das Gewicht ab: $10 \text{ kg} = 0,1 \text{ kN}$, mehr als 30 kg permanent zu drücken schafft kaum jemand.

Für die Standsicherheit entscheidend ist das Verhältnis von Kippmoment zu Standmoment. Ist das Kippmoment größer als das Standmoment, kippt der Tower um. Ist es gleich, so ist der Tower so gerade in der Waage und erst wenn das Standmoment um einen bestimmten prozentualen Anteil (Sicherheit) größer ist, kann man auch von einer sicheren Konstruktion sprechen.



Das Kippmoment bezogen auf den Mittelpunkt des Basements berechnet sich zu:

$$M_k = P \cdot e + H \cdot h + H_s \cdot 1,0\text{m}$$

Das Standmoment berechnet sich zu:

$$M_s = G \cdot L/2$$

Mit G = Gewicht der Gesamtkonstruktion (inklusive Nutzlast)
 L = Seitenlänge Basement

Die Standsicherheitsnachweis ist erfüllt wenn: $M_s > v \cdot M_k$

Oder in Worten: Das Standmoment muss größer sein als das um den Sicherheitsfaktor erhöhte Kippmoment.

Der einzuhaltende Sicherheitsfaktor bei Fliegenden Bauten (indoor) beträgt nach DIN 4112 $v = 1,3$.

(Zum Vergleich: permanente Konstruktionen Sicherheit $v = 1,5$)

Ist das Standmoment nicht ausreichend groß genug, muss entweder das Gewicht der Konstruktion über Ballast erhöht werden oder ein breiteres Basement verwendet werden.

Dabei kann vereinfacht Folgendes gesagt werden

Jedes kg Eigengewicht spart direkt ein kg Ballast

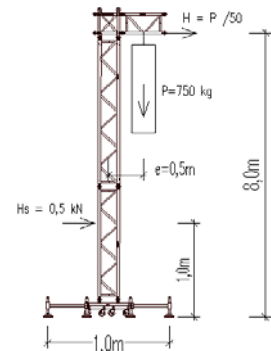
Je Breiter das Basement desto besser, kleine Basements brauchen überproportional mehr Ballast.

Zum Vergleich ist für den Tower in Beispiel 1 bei einer Basementbreite von 1,50 m nur noch ca. 45 kg Ballast erforderlich.

=> Basement um 50% vergrößert => Ballast um 91 % reduziert

Beispiel 1:

Tower $H = 8,0\text{m}$
 Nutzlast $750\text{ kg}(=7,5\text{ kN})$ Exzentrizität $e = 0,5\text{m}$
 normaler Publikumsverkehr am Tower



$$M_k = 7,5\text{ kN} \cdot 0,5\text{m} + 7,5\text{ kN} / 50 \cdot 8,0\text{m} + 0,5\text{ kN} \cdot 1,0\text{m} = 5,45\text{ kNm}$$

Grundfläche Basement $1,0\text{m} \cdot 1,0\text{m}$
 Eigengewicht Tower + Basement $150\text{ kg} = 1,5\text{ kN}$

$$\text{Standmoment } M_s = (1,5\text{ kN} + 7,5\text{ kN}) \cdot 1,0\text{m} / 2 = 4,5\text{ kNm}$$

Erf. Sicherheit nach DIN 4112 = 1,3
 $M_s = 4,5\text{ kNm} < 1,3 \cdot M_k = 7,085\text{ kNm}$

Nachweis nicht erfüllt => zusätzlicher Ballast erforderlich
 Gewicht der Konstruktion solange erhöhen bis Nachweis erfüllt.

$$M_s = G \cdot 1,0\text{m} / 2 > 7,085\text{ kNm} \Rightarrow G > 14,17\text{ kN} = 1417\text{ kg}$$

Vorhanden: $150\text{ kg} + 750\text{ kg} \Rightarrow$ **noch erf. 517 kg**

2. Fall Tower im Outdoor-Betrieb

Neben vertikalen Lasten und deren Exzentrizität sind hier insbesondere die Windlasten von Bedeutung (Stabilisierungslasten und Stoßlasten wie im Fall Indoor können für einen überschlägigen Nachweis vernachlässigt werden). Windlasten resultieren aus Wind auf die Nutzlast am Towerkopf und Wind auf die Towerkonstruktion. In der Regel wird für einen PA-Tower im Outdoor Betrieb eine Windstärken-Begrenzung bis Windstärke 8 angesetzt. Ab Windstärke 8 ist die Nutzlast abzulassen und, wenn der Tower nicht einfach gekippt werden kann, muss dieser freistehend für Regel-Windlasten nachgewiesen werden.

Für eine überschlägige Berechnung können vereinfacht für den Betrieb bis Windstärke 8 folgende Windkräfte angesetzt werden.

- Staudruck für Wind bis Windstärke 8 $q=0,25 \text{ kN/m}^2$
- Wind auf Nutzlast $W = 1,3 \cdot q \cdot A \quad [\text{kN}]$
mit $A = \text{Windangriffsfläche der Nutzlast}$
- Wind auf Tower aus Traversen $w_1 = 0,25 \cdot q \quad [\text{kN/m}]$
(überschlägiger Ansatz für Traversen mit Standardabmessungen)
- Wind auf Tower aus vollwandigen Profilen $w_1 = 1,3 \cdot b \cdot q \quad [\text{kN/m}]$
mit $b = \text{Towerbreite}$

Für einen frei stehenden Tower ohne Windstärkenbegrenzung gilt:

- Staudruck $q = 0,5 \text{ kN/m}^2$ bis 8,0m Höhe
 $q = 0,8 \text{ kN/m}^2$ 8,0 – 20m Höhe
- Wind auf Tower analog zum Betriebsfall

$$w_2 = 0,25 \cdot q \quad \text{bzw.} \quad w_2 = 1,3 \cdot b \cdot q$$

Wind auf Nutzlast wird nicht berücksichtigt, da die Last ab Windstärke 8 abgelassen wird.

Wie im Fall Indoor ist wieder das Verhältnis von Kippmoment zu Standmoment für den Nachweis entscheidend.

Das Kippmoment berechnet sich zu

$$\text{im Betrieb bis Windstärke 8} \quad M_k = P \cdot e + W \cdot H + w_1 \cdot H^2 / 2$$

$$\text{Betrieb eingestellt} \quad M_k = w_2 \cdot H^2 / 2$$

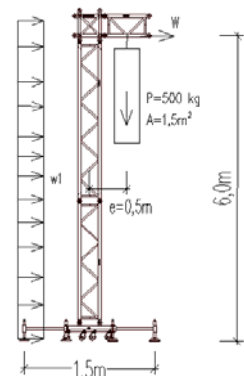
$$\text{Das Standmoment bleibt gegenüber Fall Indoor unverändert: } M_s = G \cdot L/2$$

Der Nachweis ist auch hier erfüllt, wenn $M_s > v \cdot M_k$.

Die erforderliche Sicherheit gegenüber Windeinwirkungen beträgt für Fliegende Bauten $= 1,2$.

2. Beispiel

Tower H = 6,0 m
Nutzlast 500 kg (=5,0kN)
Exzentrizität e = 0,5m
Windangriffsfläche A = 1,5m²



Für Betrieb bis WS 8 gilt:

$$W = 1,3 \cdot 0,25 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,5 \text{ m}^2 = 0,4875 \text{ kN}$$

$$w_1 = 0,25 \cdot 0,25 \text{ kN/m}^2 = 0,0625 \text{ kN/m}$$

$$M_k = 5,0 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} + 0,4875 \text{ kN} \cdot 6,0 \text{ m} + 0,0625 \text{ kN/m} \cdot 6,0^2 / 2 = 6,55 \text{ kNm}$$

zum Vergleich Kippmoment bei Tower ohne Nutzlast und ohne Windstärkenbegrenzung:
 $M_k = 0,25 \cdot 0,5 \text{ kN/m}^2 \cdot 6,0^2 / 2 = 2,25 \text{ kNm}$

Grundfläche Basement 1,5m x 1,5 m
Eigengewicht Tower + Basement 150 kg = 1,5 kN

$$\text{Standmoment } M_s = (1,5 \text{ kN} + 5,0 \text{ kN}) \cdot 1,5 \text{ m} / 2 = 4,875 \text{ kNm}$$

$$\text{Erf. Sicherheit nach DIN 4112} = 1,2$$

$$M_s = 4,875 < 1,2 \cdot M_k = 7,86 \text{ kNm}$$

Nachweis nicht erfüllt => zusätzlicher Ballast erforderlich

$$M_s = G \cdot 1,5 \text{ m} / 2 > 7,86 \quad \Rightarrow \text{erf } G = 10,48 \text{ kN} = 1048 \text{ kg}$$

Vorh. 150 kg + 500 kg => **noch erf. 398 kg**

Alternativ: Breite Basement auf 2,42 m erhöhen

Die Grenzlast eines Towers - Knickproblem

Bei druckbelasteten schlanken Bauteilen kann es zu einem so genannten Knickversagen kommen. Das bedeutet, dass ein System ab einer bestimmten Druck-Last nicht mehr in der Lage ist, ungewollte Auslenkungen rückgängig zu machen, sondern es kommt zu einer sich immer weiter fortplanzenden Verformung und damit praktisch zu einem Versagen des Bauteils. Die Last, ab der dieser statisch kritische Fall eintreten kann, wird auch Kritische Last oder Grenzlast genannt.

Den Belastungszustand eines Towers im Bereich der Kritischen Last kann man sich dabei über folgende Analogie bewusst machen.

Liegt die vorhandene Last unter der Kritischen Last, verhält sich der Tower wie eine Kugel in einer Schale. Lenkt man die Kugel aus, rollt sie von alleine wieder zur Mitte. Man spricht dann von einem stabilen System.



Liegt die vorhandene Last oberhalb der kritischen Last verhält sich der Tower wie eine Kugel auf einer umgedrehten Schale. Die Kugel, um ein paar Millimeter ausgelenkt, führt sofort zum Absturz. Man spricht hier von einem instabilen System.



In diesem Zusammenhang können Tower-Konstruktionen wie Kragstützen betrachtet werden (Ausnahme schräg stehende Kipptower oder abgespannte Tower), und die Kritische Last für diesen Fall kann nach der Euler-Formel berechnet werden:

$$F_k = \pi \cdot EI / (2 \cdot H)^2$$

Für die Größe der Kritischen Last sind die Steifigkeit der verwendeten Traversen (EI) und die Bauhöhe (H) entscheidend. Je steifer und niedriger ein Tower ist, desto größer ist die Kritische Last also desto höher kann der Tower belastet werden. In Bezug auf 4-Punkt Traversen kann weiter gesagt werden:

Die zulässige Nutzlast nimmt quadratisch mit der Höhe ab (Doppelte Höhe => ¼ Nutzlast)
 Nutzlast steigt quadratisch mit Achsabstand der Gurtrohre (Doppelter Achsabstand => 4-fache Nutzlast)
 Nutzlast steigt linear mit Querschnittsfläche der Gurtrohre (Doppelte Fläche => doppelte Nutzlast)

In der folgenden Tabelle sind für gängige Traversenabmessungen die Grenzlasten bei verschiedenen Towerhöhen aufgelistet (Berechnung siehe Beispiel): Die Grenzlast gilt dabei für mittig belastete Tower ohne Horizontallasten, wobei in den Berechnungen eine Sicherheit von 2,5 gegenüber der kritischen Last nach Euler berücksichtigt wird. Außer mittige Belastungen und Windlasten führen zu einer weiteren Reduzierung der zulässigen Belastung.

Gurtrohre	Achsabstand Gurtrohre [cm]	I [cm ⁴]	Knicklast in [kN] - Sicherheit von 2,5 eingerechnet Bei H in [m]			
			5	7,5	10	12,5
50x2	24	1737	15,3	6,8	3,8	2,4
48x4,5	30	5535	48,7	21,6	12,2	7,8
50x4	47	12769	112,3	49,9	28,1	18,0
48x4,5	57	19980	175,8	78,1	43,9	28,1

Hier sei noch einmal angemerkt, dass es sich bei diesen Berechnungen nur um Überschlagsformeln handelt.

Bei einem genauen statischen Nachweis gibt es weitere Punkte, die beachtet werden müssen:

Einspannung in weiches Basement (hier nimmt die Kritische Last weiter ab, womit auch die zulässige Nutzlast sinkt)

Wird die Last nicht direkt am Tower angehängt, sondern über ein Umlenkrolle hochgezogen, verdoppelt sich die Druckkraft auf den Tower. Damit wird die zulässige Nutzlast halbiert.

Eine Dynamische Erhöhung aus Hochfahren oder Ablassen der Nutzlast sollte mit 20%-40% Last-Erhöhung berücksichtigt werden.

Bei Kipptowern oder Tower mit auskragenden Nutzlasten nimmt die Kritische Last aufgrund der zusätzlichen Biegebeanspruchung weiter ab. Diese Fälle sind nicht mehr über einfache Überschlagsberechnungen zu erfassen, sondern erfordern genauere Betrachtungen.

Berechnungsbeispiel zur Berechnung der kritischen Last nach Euler

Tower H= 10m aus 4-Punkt Aluminium-Traversen mit Gurtrohren 50x4 Achsabstand 47 cm

Kritische Last nach Euler: $F_k = \pi \cdot E \cdot I / (2 \cdot H)^2$

Mit π = Kreiszahl = 3,14
 E = E-Modul für Aluminium = 7.000 kN/cm²

I = Flächenträgheitsmoment 2. Grades
 Für 4-Punkt Traversen gilt
 $I =$ Querschnittsfläche Gurtrohr mal
 Achsabstand zum Quadrat

$I = A_{Gurt} \cdot e^2 = 5,78 \text{ cm}^2 \cdot 47^2 = 12768 \text{ cm}^4$
 $H =$ Höhe Tower = 10 m = 1000 cm

Zulässige Belastung F mit Sicherheit = 2,5

Zul $F < F_k / 2,5 = 3,14 \cdot 7.000 \cdot 12768 / (2,5 \cdot 2000^2) = 28,1 \text{ kN} = 2,81 \text{ to}$